

А. В. Кириллов, А. А. Чучин

АНАЛИЗ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПНЕВМАТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ТОРМОЖЕНИИ В ГРУЗОВЫХ ПОЕЗДАХ

Аннотация. В настоящей статье проведен анализ существующих методов математического моделирования в задачах расчета пневматических процессов, возникающих в режиме торможения или отпуска тормозов в грузовых поездах.

Ключевые слова: пневматическое торможение, грузовые поезда, продольные динамические силы, математическое моделирование, методы.

Для цитирования: Кириллов, А. В. Анализ методов математического моделирования пневматических процессов при торможении в грузовых поездах / А. В. Кириллов, А. А. Чучин // Труды Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2025. – № 4. – С. 97–101. - DOI 10.46973/1818-5509_2025_4_97.

Увеличение грузооборота по железным дорогам РФ требует внедрение перспективного грузового подвижного состава. На период 2020–2025 года отмечено значительное разнообразие новых тяговых и нетяговых единиц подвижного состава, сконструированных для конкретных задач выполнения плана грузовых перевозок страны. На этапе проектирования нового подвижного состава составляют математические модели, имитирующие поведение реального поезда в различных условиях движения. Особое внимание уделяют процессам, протекающим в грузовых поездах в режиме торможения и отпуска. Таким образом, для начала разработок нового подвижного состава необходимо составление технического задания (ТЗ) на конкретный проектируемый поезд. Для составления и последующей корректировки ТЗ необходимо на начальном этапе выполнять расчеты на комплексной математической модели поезда. Точность, качество синтезируемых параметров и ожидаемые характеристики зависят от выбранных методов моделирования. В настоящей работе основной целью стоит систематизация и анализ существующих методов математического моделирования пневматических процессов в грузовых поездах, влияющих на состояние поезда как общей системы с постоянно меняющимися параметрами в режимах торможения и отпуска.

Метод Навье-Стокса

Физической основой в моделировании нестационарных процессов в тормозной магистрали служат уравнения газодинамики, происходящие из классических уравнений Навье-Стокса. Данные уравнения описывают распространение тормозной волны с учетом сжимаемости воздуха, сил трения и инерционности потока. Однако, ввиду значительной вычислительной сложности решения полной системы, в инженерной практике для моделирования процессов в тормозной магистрали поезда часто применяют их упрощенные формы.

Уравнение, выведенное французским физиком Анри Навье и британским математиком Джорджем Стоксом

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \nu \Delta \vec{v} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{f},$$

где $\vec{v}$ – векторное поле скорости, м/с;

t – время, с;

∇ – оператор набла;

ν – коэффициент кинематической вязкости, м²/с;

Δ – векторный оператор Лапласа;

ρ – плотность, кг/м³;

p – давление, Па;

$\vec{f}$ – векторное поле массовых сил, м²/с.

Изначально, описываемое уравнение предназначалось для моделирования процессов несжимаемой жидкости в векторном формате. Позднее уравнение было адаптировано под одномерное течение по трубопроводу сжимаемого газа. Метод Навье-Стокса применяют для моделирования распространения воздушной волны в тормозной магистрали (ТМ), учитывающий инерционность воздушного потока, возникающие при течении воздуха силы трения в элементах длины воздуховода (ЭДВ) [1]

$$\frac{\partial P}{\partial t} = c_0 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - Q(x) + \Delta P \left(P, \frac{\partial P}{\partial t} \right),$$

$$c_0 = \frac{c^2}{2a},$$

где P – давление воздуха в ТМ, Па;

c – скорость звука в воздушном потоке, м/с;

t – время, с;

x – координата вдоль длины состава, м;

$Q(x)$ – функция описания интенсивности распределенных утечек воздуха в ТМ вдоль координаты x , кг/м·с;

ΔP – изменение давления в тормозной магистрали, возникающее от влияния воздухораспределителя (ВР) и его состояния в текущий момент времени, Па;

a – коэффициент, характеризующий сопротивление движению воздушного потока, учитывающий трение воздуха о ЭДВ.

Основное преимущество метода заключается в адекватном физическом описании процесса распространения тормозной волны по составу, включая учёт трения, инерционности потока и сжимаемости воздуха. К недостаткам можно отнести сложность интеграции в модель, которая должна учитывать отдельные элементы магистрали и приборов. Данный метод применяется для решения частных научно-исследовательских задач и служит физической основой для построения и последующей верификации более простых математических моделей.

Для задач, требующих детального пространственного разрешения, широко применяется метод сосредоточенных параметров, представляющий собой компромисс между точностью и вычислительной эффективностью.

Метод сосредоточенных параметров

В основу этого метода положено представление тормозной системы как совокупности дискретных объемов (резервуары, участки тормозной магистрали). ЭДВ рассматривается в качестве изолированной емкости, в которой существующее давление одинаковое во всех точках. Основываясь на уравнениях термодинамики [2], выражение изменения массы воздуха для до критического режима течения воздуха

$$\frac{G}{dt} = \mu S \sqrt{\frac{2g\gamma}{\gamma+1} \cdot \frac{P_v}{\nu_v} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{2}{\gamma-1}}} \quad \text{при} \quad \frac{P_n}{P_v} \leq 0,528,$$

где G – масса воздуха в резервуаре, кг;

g – ускорение свободного падения, м/с²;

t – время, с;

ν_v – удельный объем воздуха при давлении P_v , м³/кг;

γ – отношение теплоемкости воздуха при постоянном давлении к теплоемкости воздуха при постоянном объеме.

Для докритического режима течения воздуха

$$\frac{G}{dt} = \mu S \sqrt{\frac{2g\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{P_v}{v_v} \left[\left(\frac{P_n}{P_v} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P_n}{P_v} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]} \text{ при } \frac{P_n}{P_v} > 0,528,$$

Критическое давление $0,528P_v$.

Массовый расход воздуха в атмосферу описывает следующее выражение из термодинамики

$$q = \text{Sign} \cdot \mu F \cdot \frac{P_1}{R \cdot T_1} \cdot \sqrt{2 \cdot R \cdot T_1 \cdot \frac{k}{k-1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]},$$

где μF – площадь сечения отверстия с учетом коэффициента расхода воздуха, м²;

P_1, P_2 – давление воздуха на входе и выходе из отверстия, Па;

T_1, T_2 – температура воздуха на входе и выходе из отверстия, К;

R – универсальная газовая постоянная, м²/с²·К;

k – показатель адиабаты воздуха.

Основным преимуществом описанного метода является его универсальность и высокая точность в задачах моделирования пневматических процессов в тормозной магистрали поезда. При разделении на отдельные сегменты, имеется возможность гибкой настройки параметров конкретных участков ТМ. Таким образом данный метод демонстрирует соотношения «точность – производительность» для решения множества задач в моделировании пневматических процессов в поезде. Применение метода ориентировано на внедрение в многомассовые математические модели поезда, комплексный анализ процессов продольной динамики при торможении, а также для синтеза параметров и алгоритмов систем управления пневматическими тормозами поезда.

Статический и квазистатический метод

В основе данного метода положены способы аппроксимации и линеаризации сложных нелинейных зависимостей с фиксацией временных параметров. При выполнении расчетов данным методом не требуется точное математическое описание переходных процессов. Основная цель ориентирована на получение практических и прогнозных оценок. Примером можно привести данные из [3] рис. 1.

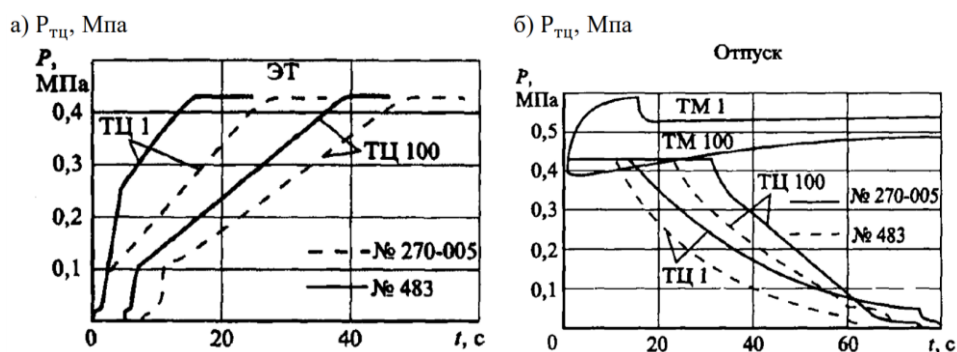


Рис. 1. Характеристики наполнения (а) и опорожнения (б) тормозных цилиндров вагонов в грузовом составе с ВР №483 [3]

В работе [4] была проведена аппроксимация экспериментально полученных графиков и выведены аналитические зависимости, описывающие процесс наполнения и опорожнения давления в тормозном цилиндре вагона.

$$P_1 = e^{\left(-\frac{t}{T_1}\right)} \cdot P_0,$$

$$P_2 = e^{\left(-\frac{(t-26)}{T_2}\right)} \cdot e^{\left(-\frac{26}{T_1}\right)} \cdot P_0,$$

где t – время, с;

T_1, T_2 – постоянные времени, определенные на основании экспериментальных данных [4].

В отличие динамической модели Навье-Стокса и метода сосредоточенных параметров, где выполняется решение дифференциальных уравнений, для описания сложных переходных процессов в ТМ, статические и квазистатические методы используют готовые зависимости, полученные экспериментальным путем и нормативные табличные данные.

Основное преимущество статических и квазистатических методов заключается в высокой скорости вычислений и наглядности результатов, что достигается за счет использования аппроксимированных зависимостей и нормативных данных. Это делает их незаменимым инструментом на начальных стадиях проектирования для проведения предварительных и поверочных расчетов, а также для задач, не требующих детальное разрешение быстропротекающих процессов в реальном времени.

Проведенный анализ методов математического моделирования пневматических процессов в режимах торможения и отпуска грузовых поездов позволил систематизировать и оценить преимущества и недостатки каждого. Данная классификация упрощает выборку методики расчетов под конкретную задачу (проектирование нового оборудования, оценка параметров сложных моделей или же получение начальных параметров и характеристик из нормированных данных).

При проектировании нового подвижного состава в частных случаях используют именно многомассовые модели поезда, учитывающие изменение продольной динамики всего поезда в режимах торможения и отпуска.

Для предварительного составления ТЗ и получения основных параметров поезда наиболее эффективно применение статических и квазистатических методов. Для комплексного моделирования на этапе детального проектирования пневматических компонентов рекомендуется применять метод сосредоточенных параметров. Метод Навье-Стокса, в силу своей вычислительной сложности, рекомендуется к применению для углубленного анализа и верификации полученных результатов.

Список литературы

1. Карминский, Д. Э. Теоретический расчет изменения давления в тормозной магистрали с учетом утечек воздуха / Д. Э. Карминский, К. Д. Шевченко // Труды РИИЖТ, 1974. Вып. 104. – С. 80–87.
2. Абрамович, Г. Н. Прикладная газовая динамика. В 2 ч. Ч. 1: Учеб руководство: для вузов. – 5 изд., перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. Лит, 1991. – 600 с. – ISBN 5-02-014015-5.
3. Асадченко, В. Р. Автоматические тормоза подвижного состава: учебное

References

1. Karminsky, D. E. Theoretical calculation of pressure changes in the brake line taking into account air leaks / D. E. Karminsky, K. D. Shevchenko // Trudy of the Russian Institute of Railway Transport, 1974. Issue 104. – P. 80–87.
2. Abramovich, G. N. Applied Gas Dynamics. In 2 parts. Part 1: Textbook: for universities. - 5th ed., revised and enlarged. - Moscow: Nauka. Ed. in Chief Phys-Math. Literature, 1991. - 600 p. - ISBN 5-02-014015-5.
3. Asadchenko, V. R. Automatic brakes of rolling stock: a textbook for universities of

пособие для вузов ж.-д. транспорта. – Москва: Маршрут, 2006. – 392 с.

4. **Пудовиков, О. Е.** Автоматическое управление пневматическим тормозом грузового поезда / О. Е. Пудовиков, Г. М. Менакер // Интеллектуальные транспортные системы: материалы II Международной научно-практической конференции «Интеллектуальные транспортные системы» (25 мая 2023 г.) – Москва: РУТ (МИИТ), 2023. – М. Издательство Перо, 2023. – С. 322–329.

railway transport. – Moscow: Route, 2006. – 392 p.

4. **Pudovikov, O. E.** Automatic control of the pneumatic brake of a freight train / O. E. Pudovikov, G. M. Menaker // Intelligent transport systems: Proceedings of the II International Scientific and Practical Conference "Intelligent Transport Systems" (May 25, 2023) - Moscow: RUT (MIIT), 2023. - M. Pero Publishing House, 2023. - P. 322-329.

A. V. Kirillov, A. A. Chuchin

ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODELING METHODS FOR PNEUMATIC PROCESSES DURING BRAKING IN FREIGHT TRAINS

Abstract. This article analyzes the existing methods of mathematical modeling in the problems of calculating pneumatic processes that occur during braking or releasing the brakes in freight trains.

Keywords: pneumatic braking, freight trains, longitudinal dynamic forces, mathematical modeling, and methods.

For citation: Kirillov, A. V. Analysis of Mathematical Modeling Methods for Pneumatic Processes during Braking in Freight Trains / A. V. Kirillov, A. A. Chuchin // Trudy Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putey soobseniya. – 2025. – № 4. – P. 97–101. – DOI 10.46973/1818-5509_2025_4_97.

Сведения об авторах

Кириллов Андрей Владимирович

Российский университет транспорта (РУТ (МИИТ)),
кафедра «Электропоезда и локомотивы»,
аспирант
e-mail: orgrimmaris@mail.ru

Чучин Антон Александрович

Российский университет транспорта (РУТ (МИИТ)),
кафедра «Электропоезда и локомотивы»,
кандидат технических наук, доцент,
e-mail: chuchin_anton@mail.ru

Information about the authors

Kirillov Andrey Vladimirovich

Russian University of Transport (RUT (MIIT)),
Chair «Electric Trains and Locomotives»
Postgraduate student,
e-mail: orgrimmaris@mail.ru

Chuchin Anton Alexandrovich

Russian University of Transport (RUT (MIIT)),
Chair «Electric Trains and Locomotives»
Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,
e-mail: chuchin_anton@mail.ru