

УДК 539 + 06

*А. С. Личковаха, А. В. Донченко***УГЛОВЫЕ КОЛЕБАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ В РЕССОРНОМ ПОДВЕШИВАНИИ ПОДВИЖНОГО СОСТАВА¹**

Аннотация. В ходе исследования изучено влияние восстанавливающего момента на характер угловых колебаний различных систем. Установлено, что зависимость восстанавливающего момента от обобщённой координаты (угла поворота) может быть, как линейная, так и нелинейная, в зависимости от использования различных упругих связей. Исследование свойств восстанавливающего момента, который определяет силу, возвращающую объект в исходное положение, открывает возможность получить желаемую регрессивно-прогрессивную характеристику объектов с упругими связями, которая определяет процесс демпфирования системы.

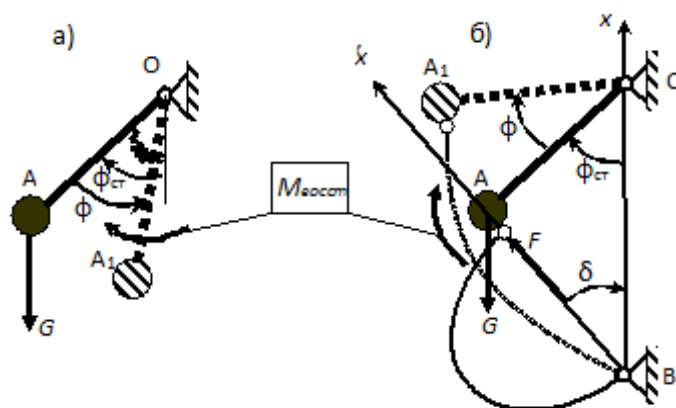
Ключевые слова: колебания, подвешивание подвижного состава, демпфирующий элемент, упругий элемент с переменной жесткостью, регрессивно-прогрессивная характеристика, стержень большой гибкости.

Для цитирования: Личковаха, А. С. Угловые колебания нелинейных упругих систем в рессорном подвешивании подвижного состава / А. С. Личковаха, А. В. Донченко // Труды Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2025. – № 1. – С. 113 – 116.

Тип колебаний объектов с упругими связями зависит от свойств восстанавливающего момента, который определяет силу, возвращающую объект в исходное положение. Если зависимость восстанавливающего момента от обобщённой координаты (угла поворота) линейная, колебания будут гармоническими, то есть будут описываться синусоидальной функцией. В других случаях, когда эта зависимость нелинейная, колебания становятся ангармоническими, их форма становится более сложной. Угловая жёсткость системы, которая характеризует сопротивление системы деформации, напрямую зависит от восстанавливающего момента и определяет характер её колебаний. В современной технике часто требуется создавать системы с определённой жёсткостью, например, в транспортных подвесках для обеспечения комфортной езды.

Угловые колебания систем, типа математического маятника, при больших отклонениях от положения равновесия совершают нелинейные колебания с большими амплитудами. Амплитуды колебаний можно уменьшить, присоединив к маятнику упругую связь в виде пружины с постоянной угловой жесткостью (рис. 1, а), или упругий стержень большой гибкости, жёсткость которого изменяется в процессе его деформации (рис. 1, б). Теория таких расчета таких стержней рассмотрена в работах [1]. Известно [2, 3], что при малых колебаниях упругий стержень большой гибкости имеет восстанавливающий момент, который изменяется практически пропорционально углу отклонения маятника от положения равновесия, т.е. колебания с малой амплитудой можно считать линейными. Но при больших колебаниях, когда угловые перемещения необходимо погасить за небольшой промежуток времени силами сопротивления системы стержень большой гибкости изменяя свою жесткость создает нелинейный восстанавливающий момент.

Цель работы – исследовать угловые колебания маятника, имеющего упругую связь с постоянной (рис. 1, а) и переменной (рис. 1, б) жёсткостью.



Восстанавливающий момент при колебаниях на рис. 1, а определяется по формуле

$$M_{восст}^a = c \cdot \varphi - G \cdot h \cdot \sin(\varphi_{cm} - \varphi) \quad (1)$$

где $OA = h$ – длина рычага;
 c – угловая жёсткостью линейной пружины;
 φ_{cm} – угол определяющий статическое положение (положение равновесного состояния) системы.

Восстанавливающий момент при колебаниях для схемы, представленной на рис. 1, б определим по формуле (2)

$$M_{восст}^b = G \cdot h \cdot \sin(\varphi_{cm} - \varphi) - F \cdot d \cdot \sin \delta \quad (2)$$

где $OB = d$ – расстояние между опорами;
 F – реакция упругого стержня большой гибкости.

Полученный момент (2), в котором все переменные определяются в зависимости от обобщённой координаты φ , принимает вид:

$$M_{восст}^b = \frac{\pi^2 \left[1 + 0,5 \left(\frac{\sqrt{h^2 + d^2 - 2h \cdot d \cos(\varphi_{cm} - \varphi)}}{l} + 1 \right) \right]^2}{\left(\frac{\sqrt{h^2 + d^2 - 2h \cdot d \cos(\varphi_{cm} - \varphi)}}{l} + 1 \right)^2 l^2} \times \\ \times Hd \frac{h \sin(\varphi_{cm} - \varphi)}{\sqrt{h^2 + d^2 - 2h \cdot d \cos(\varphi_{cm} - \varphi)}} - Gl \sin(\varphi_{cm} - \varphi).$$

где H – жесткость на изгиб стержня большой гибкости.

Решения дифференциальных уравнений движения данных систем с соответствующими восстанавливающими моментами при одинаковых начальных условиях получены в ПО Mathcad.

На рис. 2 приведены графические зависимости колебаний системы с постоянной угловой жесткостью в виде изменения обобщённой координаты φ (рис. 2 а) и скорости (рис. 2 б) от времени.

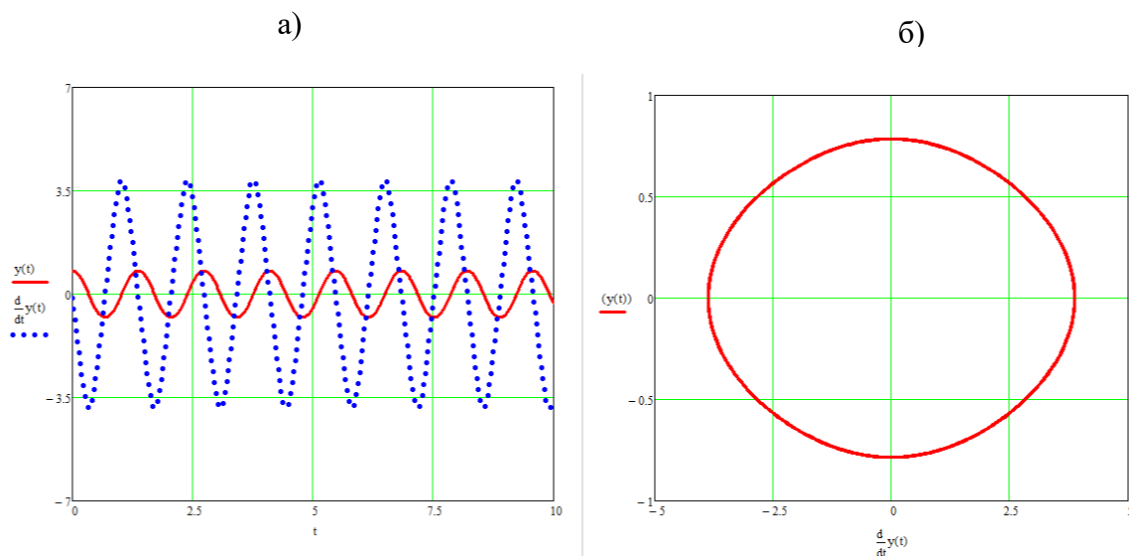


Рис. 2. Зависимость обобщённой координаты γ и скорости $\dot{\gamma}$ от времени при $G = 0,832$ Н для линейной системы

На рис. 3 приведены графические зависимости **колебаний системы** (в которой в качестве упругого элемента используется металлический стержень большой гибкости) **с переменной угловой жесткостью**, в виде изменения обобщённой координаты φ (рис. 3, а) и скорости (рис. 3, б) от времени.

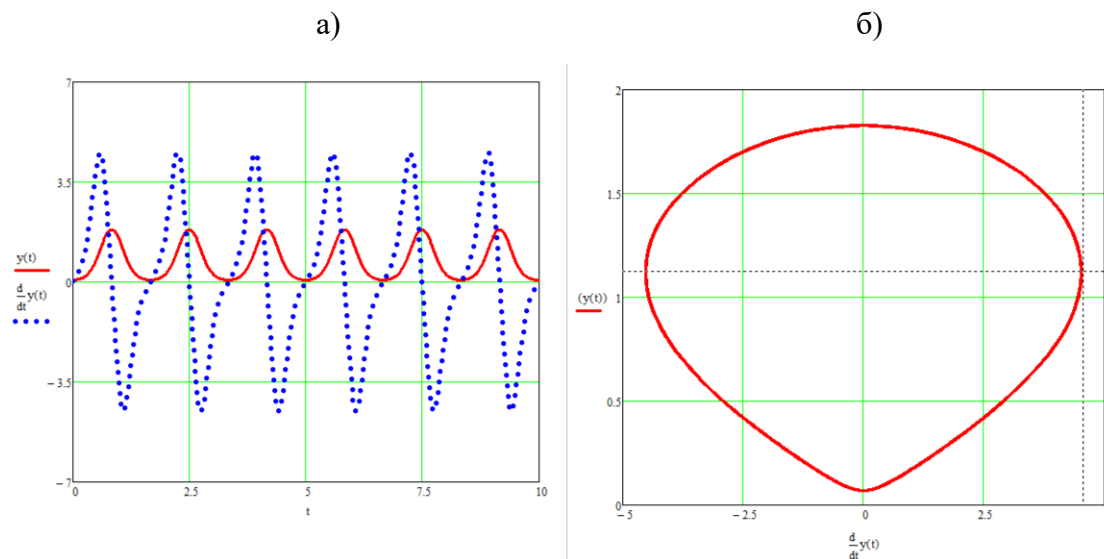


Рис. 3. Зависимость обобщённой координаты γ и скорости $\dot{\gamma}$ от времени при $G = 0,832$ Н для нелинейной системы

Результаты исследований, представленные на рис. 2 и рис. 3 показывают, что при одинаковых начальных условиях частота колебаний и их число для системы с переменной угловой жесткостью и соответствующим восстанавливающим моментом (рис. 3 а) меньше, чем для системы с постоянной угловой жесткостью (рис. 2 а) (линейная система). Фазовые траектории, представляющие собой эллипсы (рис. 2 б) при колебаниях линейных систем, существенно отличаются от фазовых траекторий ангармонических колебаний (рис. 3 б) системы со стержнем большой гибкости. Очевидно, что при больших колебаниях стержень

большой гибкости изменяя свою жесткость создает нелинейный восстанавливающий момент, и угловые перемещения уменьшаются за небольшой промежуток времени силами восстанавливающего момента.

Библиографический список

1. Личковаха, А. С. Исследование деформации стержня большой гибкости при осевом нагружении / А. С. Личковаха, Б. А. Шемшура, С. А. Кузнецов // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. – 2016. – №3. – С. 71-76.
2. Личковаха, А. С. Исследование напряжённо-деформированного состояния внецентренно сжатого стержня большой гибкости: / А.С. Кузнецов, Б. А.Шемшура, А. С. Личковаха. Электронный научный журнал Инженерный вестник Дона №1, 2018 ivdon.ru/ru/magazine/archive/nly2018/4773-0,9п.л.
3. Исследование колебаний системы с переменной жёсткостью / И. А. Яицков, Б. А. Шемшура, А. С. Личковаха, С. А. Кузнецов // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2021. – № 8. – С. 215-222. – DOI 10.24412/2071-6168-2021-8-215-222. – EDN YXHGVVD.

A. S. Lichkovakha, A. V. Donchenko

ANGULAR OSCILLATIONS OF NONLINEAR SYSTEMS IN SPRING SUSPENSION OF ROLLING STOCK

Abstract. In the course of the study, the effect of the restoring moment on the nature of angular oscillations of various systems was studied. It is established that the dependence of the restoring moment on the generalized coordinate (angle of rotation) can be both linear and nonlinear, depending on the use of various elastic bonds. The study of the properties of the restoring moment, which determines the force that returns the object to its original position, opens up the possibility of obtaining the desired regressive-progressive characteristic of objects with elastic bonds, which determines the damping process of the system.

Keywords: vibrations, suspension of rolling stock, damping element, elastic element with variable stiffness, regressive-progressive characteristic, high-flexibility rod.

For citation: Lichkovakha, A. S. Angular Oscillations of Nonlinear Systems in Spring Suspension of Rolling Stock / A. S. Lichkovakha, A. V. Donchenko // Trudy Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putej soobseniya. – 2025. – № 1. – P. 113– 116.

Сведения об авторах

Личковаха Андрей Сергеевич

Ростовский государственный университет
путей сообщения (РГУПС),
кафедра «Строительная механика»,
кандидат технических наук, доцент,
e-mail: lichkovaha@inbox.ru

Донченко Андрей Владимирович

Ростовский государственный университет
путей сообщения (РГУПС),
кафедра «Тяговый подвижной состав»,
старший преподаватель,
e-mail: dontchenko777@mail.ru

Information about the authors

Lichkovakha Andrey Sergeevich

Rostov State Transport University (RSTU),
Chair «Structural Mechanics»,
Candidate of Technical Sciences,
Associate Professor,
e-mail: lichkovaha@inbox.ru

Donchenko Andrey Vladimirovich

Rostov State Transport University (RSTU),
Chair «Traction Rolling Stock»,
Senior Lecturer,
e-mail: dontchenko777@mail.ru